京大数学　1995年度 整数

a、b は $a>b$ をみたす自然数とし、p、d は素数で $p>2$ とする。このとき、$a^p-b^p=d$ であるならば、d を $2p$ で割った余りが1であることを示せ。

京大数学　1994年度 整数

n は0または正の整数とする。a_n を

$$a_0=1、\quad a_1=2、\quad a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$$

によって定める。a_n を3で割った余りを b_n とし

$$c_n=b_0+\cdots+b_n$$

とおく。

(1) b_0、$\cdots$、b_9 を求めよ。

(2) $c_{n+8}=c_n+c_7$ であることを示せ。

(3) $n+1 \leqq c_n \leqq \frac{3}{2}(n+1)$ が成り立つことを示せ。

京大数学　1992年度 整数

a_1、b_1、c_1 は正の整数で ${a_1}^2+{b_1}^2={c_1}^2$ をみたしている。$n=1,2,\cdots$ について、a_{n+1}、b_{n+1}、c_{n+1} を次式できめる。

$$a_{n+1}=|2c_n-a_n-2b_n|$$
$$b_{n+1}=|2c_n-2a_n-b_n|$$
$$c_{n+1}=3c_n-2a_n-2b_n$$

(1) ${a_n}^2+{b_n}^2={c_n}^2$ を数学的帰納法により証明せよ。

(2) $c_n>0$ および $c_n \geqq c_{n+1}$ を示せ。

(3) $c_m>c_{m+1}=c_{m+2}$ となったときの m について、$a_m:b_m:c_m$ をもとめよ。